

SISTEMAS DE ECUACIONES

- 1) **I-A-3) 2003-2004** Se sabe que el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} x + \alpha y = 1 \\ x + \alpha z = 1 \\ y + z = 1 \end{array} \right\} \text{ tiene una \u00fanica soluci\u00f3n}$$
- a) (1'25 puntos) Prueba que $\alpha \neq 0$.
 b) (1'25 puntos) Halla las soluciones del sistema
- 2) **II-A-3) 2003-2004 (2'5 puntos)** Determina a y b sabiendo que el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + z = 1 \\ -x + y + 2z = -1 \\ ax + by + z = 4 \end{array} \right\} \text{ tiene al menos dos soluciones distintas.}$$
- 3) **III-A-3) 2003-2004** Considera el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} x + \lambda y = \lambda \\ \lambda x + y + (\lambda - 1)z = 1 \\ \lambda x + y = 2 + \lambda \end{array} \right\}$$
- a) (1'5 puntos) Clasifica el sistema seg\u00fan los valores del par\u00e1metro λ .
 b) (1 punto) Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado
- 4) **IV-B-3) 2003-2004** Considera el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} mx + 2y + z = 2 \\ x + my = m \\ 2x + mz = 0 \end{array} \right\}$$
- a) (0'5 puntos) Determina los valores de m para los que $x = 0, y = 1, z = 0$ es soluci\u00f3n del sistema.
 b) (1 punto) Determina los valores de m para los que el sistema es incompatible.
 c) (1 punto) Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.
- 5) **V-A-3) 2003-2004 (2'5 puntos)** Considera el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + z = 0 \\ 2x - 13y + 2z = 0 \\ (a + 2)x - 12y + 12z = 0 \end{array} \right\}.$$
- Determina el valor de a para que tenga soluciones distintas de la soluci\u00f3n trivial y resu\u00e9velo para dicho valor de a .
- 6) **VI-A-3) 2003-2004** Considera el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} mx - y = 1 \\ x - my = 2m - 1 \end{array} \right\}.$$
- a) (1'5 puntos) Clasifica el sistema seg\u00fan los valores de m .
 b) (1 punto) Calcula los valores de m para los que el sistema tiene una soluci\u00f3n en la que $x = 3$
- 7) **I-B-3) 2004-2005** Considera el sistema de ecuaciones
$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = -2 \\ -\lambda x + 3y + z = -7 \\ x + 2y + (\lambda + 2)z = -5 \end{array} \right.$$
- a) (1'5 puntos) Clasifica el sistema seg\u00fan los valores del par\u00e1metro λ .
 b) (1 punto) Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.
- 8) **II-A-3) 2004-2005** Considera el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + z = 5 \\ mx + 2z = 0 \\ my - z = m \end{array} \right\}$$
- a) (1 punto) Determina los valores de m para los que el sistema tiene una \u00fanica soluci\u00f3n. Calcula dicha soluci\u00f3n para $m = 1$.
 b) (1 punto) Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones. Calcula dichas soluciones.
 c) (0'5 puntos) \u00bfHay alg\u00fan valor de m para el que el sistema no tiene soluci\u00f3n?

9) III-A-3) 2004-2005 Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} (b+1)x + y + z &= 2 \\ x + (b+1)y + z &= 2 \\ x + y + (b+1)z &= -4 \end{aligned} \right\}$$

- a) (1'5 puntos) Clasifica el sistema según los valores del parámetro b .
 b) (1 punto) Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

10) IV-B-3) 2004-2005 Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} 5x + 2y - z &= 0 \\ x + y + (m+4)z &= my \\ 2x - 3y + z &= 0 \end{aligned} \right\}$$

- a) (1 punto) Determina los valores del parámetro m para los que el sistema tiene una única solución.
 b) (1'5 puntos) Resuelve el sistema cuando tenga infinitas soluciones y da una solución en la que $z = 19$.

11) V-B-3) 2004-2005 Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + my + z &= 0 \\ x + y + mz &= 2 \\ mx + y + z &= m \end{aligned} \right\}$$

- a) (1 punto) ¿Para qué valores de m el sistema tiene al menos dos soluciones?
 b) (1'5 puntos) ¿Para qué valores de m el sistema admite solución en la que $x = 1$?

12) I-B-3) 2005-2006 Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} \lambda x + y - z &= 1 \\ x + \lambda y + z &= \lambda \\ x + y + \lambda z &= \lambda^2 \end{aligned} \right\}$$

- a) (1'5 puntos) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .
 b) (1 punto) Resuélvelo para $\lambda = 2$.

13) II-A-3) 2005-2006 Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} \lambda x - y - z &= -1 \\ x + \lambda y + z &= 4 \\ x + y + z &= \lambda + 2 \end{aligned} \right\}$$

- a) (1'5 puntos) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .
 b) (1 punto) Resuélvelo para $\lambda = 2$.

14) V-A-3) 2005-2006 Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} x - y + z &= 2 \\ x + \lambda y + z &= 8 \\ \lambda x + y + \lambda z &= 10 \end{aligned} \right\}$$

- a) (1'5 puntos) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .
 b) (1 punto) Resuelve el sistema para $\lambda = 2$.

15) V-B-3) 2005-2006 Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ m-4 & 1 & 1-m \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

- a) (1 punto) Halla el valor de m para el que la matriz A no tiene inversa.
 b) (1'5 puntos) Resuelve $AX = O$ para $m = 3$.

16) VI-B-3) 2005-2006 Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} x + y - z &= -4 \\ 3x + \lambda y + z &= \lambda - 1 \\ 2x + \lambda y &= -2 \end{aligned} \right\}$$

- a) (01'25 puntos) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .
 b) (1'25 puntos) Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

- 17) I-B-3) 2006-2007 Considera el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} ax + y + z = 4 \\ x - ay + z = 1 \\ x + y + z = a + 2 \end{array} \right\}$$
- a) (1'5 puntos) Resuélvelo para el valor de a que lo haga compatible indeterminado.
b) (1 punto) Resuelve el sistema que se obtiene para $a = -2$.

- 18) III-B-3) 2006-2007 Considera el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 0 \\ 2x + \lambda y + z = 2 \\ x + y + \lambda z = \lambda - 1 \end{array} \right\}$$
- a) (1'5 puntos) Determina el valor de λ para que el sistema sea incompatible.
b) (1 punto) Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

- 19) IV-A-3) 2006-2007 (2'5 puntos) Clasifica y resuelve el siguiente sistema según los valores de a ,
- $$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 0 \\ (a+1)y + 2z = y \\ x - 2y + (2-a)z = 2z \end{array} \right\}$$

- 20) IV-B-3) 2006-2007 Se sabe que el sistema de ecuaciones lineales
$$\left. \begin{array}{l} -\lambda x + y + (\lambda + 1)z = \lambda + 2 \\ x + y + z = 0 \\ (1 - \lambda)x - \lambda y = 0 \end{array} \right\}$$
- tiene más de una solución.
a) (1'5 puntos) Calcula, en dicho caso, el valor de λ .
b) (1 punto) Halla todas las soluciones del sistema.

- 21) V-B-3) 2006-2007 (2'5 puntos) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones para los valores de m que lo hacen compatible:
- $$\left. \begin{array}{l} x + my = m \\ mx + y = m \\ mx + my = 1 \end{array} \right\}$$

- 22) VI-B-3) 2006-2007 Considera el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} x + y + mz = 1 \\ my - z = -1 \\ x + 2my = 0 \end{array} \right\}$$
- a) (1'5 puntos) Clasifica el sistema según los valores de m .
b) (1 punto) Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

- 23) I-A-3) 2007-2008 Dado el sistema de ecuaciones lineales
$$\left. \begin{array}{l} x + \lambda y - z = 0 \\ 2x + y + \lambda z = 0 \\ x + 5y - \lambda z = \lambda + 1 \end{array} \right\}$$
- a) (1'5 puntos) Clasifícalo según los valores del parámetro λ .
b) (1 puntos) Resuélvelo para $\lambda = -1$.

- 24) II-A-3) 2007-2008 Considera el siguiente sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = a - 1 \\ 2x + y + az = a \\ x + ay + z = 1 \end{array} \right\}$$
- a) (1'5 puntos) Discútelo según los valores del parámetro a . b) (1 punto) Resuélvelo en el caso $a = 2$.

- 25) II-B-3) 2007-2008 Sabemos que el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + 3z = 1 \\ x + 2y - z = 2 \end{array} \right\}$$
 tiene las mismas soluciones que el que resulta al añadirle la ecuación $ax + y + 7z = 7$
- a) (1'25 puntos) Determina el valor de a .

b) (1'25 puntos) Calcula la solución del sistema inicial de dos ecuaciones, de manera que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a la unidad.

26) IV-A-3) 2007-2008 Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ ky + z = 0 \\ x + (k+1)y + kz = k+1 \end{array} \right\}$$

a) (1'25 puntos) Determina el valor del parámetro k para que sea incompatible.

b) (1'25 puntos) Halla el valor de k para que la solución del sistema tenga $z = 2$.

27) IV-B-3) 2007-2008 (2'5 puntos) Halla los valores del parámetro m que hacen compatible el

sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} -x + 2y - 2z = 2 \\ 2x + y + z = m \\ x + 3y - z = m^2 \end{array} \right\}$$

28) VI-A-3) 2007-2008

a) (1 punto) Determina razonadamente los valores del parámetro m para los que el siguiente

sistema de ecuaciones tiene más de una solución:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y + z = mx \\ x + 2y + z = my \\ x + 2y + 4z = mz \end{array} \right\}$$

b) (1'5 puntos) Resuelve el sistema anterior para el caso $m = 0$ y para el caso $m = 1$.

29) II-A-3) 2008-2009

a) (1'75 puntos) Discute según los valores del parámetro λ el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + \lambda y = 0 \\ x + \lambda z = \lambda \\ x + y + 3z = 1 \end{array} \right\}$$

b) (0'75 puntos) Resuélvelo para $\lambda = 0$

30) IV-B-3) 2008-2009 Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{l} x + \lambda y + z = 4 \\ x + 3y + z = 5 \\ \lambda x + y + z = 4 \end{array} \right\}$$

a) (1'75 puntos) Discútelo según los valores de λ .

b) (0'75 puntos) Resuélvelo en el caso $\lambda = 1$.

31) V-A-3) 2008-2009

a) (1'25 puntos) Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + z = 2 \\ -x + y + 2z = 0 \\ -x + 2y + 5z = 2 \end{array} \right\}$$

b) (1'25 puntos) Calcula λ sabiendo que el siguiente sistema tiene alguna solución común con el

del apartado a)

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ -x + y + 3z = 1 \\ x + 2y + \lambda z = -3 \end{array} \right\}$$

32) VI-B-3) 2008-2009 Sea el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + y = m+1 \\ x + my + z = 1 \\ mx + y - z = m \end{array} \right\}$$

a) (1'5 puntos) Determina los valores de m para que el sistema sea compatible.

b) (1 punto) Resuelve el sistema en el caso $m = -1$.

33) I-A-3) 2009-2010 Considera el sistema

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y + z = -4 \end{array} \right\}$$

a) (1'5 puntos) Calcula razonadamente un valor de λ para que el sistema resultante al añadirle la ecuación $x + y + \lambda z = 9$ sea compatible indeterminado.

b) (1 punto) ¿Existe algún valor de λ para el cual el sistema resultante no tiene solución?

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda x + y + z &= \lambda + 2 \\
 2x - \lambda y + z &= 2 \\
 x - y + \lambda z &= \lambda
 \end{aligned} \right\}$$

- 34) **II-B-3) 2009-2010** Sea el siguiente sistema de ecuaciones:
- a) (1'75 puntos) Discútelo según los valores de λ . ¿Tiene siempre solución?
 b) (0'75 puntos) Resuelve el sistema para $\lambda = -1$.

$$\left. \begin{aligned}
 (m+2)x - y - z &= 1 \\
 -x - y + z &= -1 \\
 x + my - z &= m
 \end{aligned} \right\}$$

- 35) **IV-B-3) 2009-2010** Considera el siguiente sistema de ecuaciones
- a) (1'75 puntos) Discútelo según los valores de m .
 b) (1 punto) Resuelve para el caso $m = 1$.

36) **V-A-3) 2009-2010**

- a) (1'75 puntos) Discute, según los valores del parámetro λ , el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned}
 -x + \lambda y + z &= \lambda \\
 \lambda x + 2y + (\lambda + 2)z &= 4 \\
 x + 3y + 2z &= 6 - \lambda
 \end{aligned} \right\}$$

- b) (0'75 puntos) Resuelve el sistema anterior para $\lambda = 0$.

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda x + 2y + 6z &= 0 \\
 2x + \lambda y + 4z &= 2 \\
 2x + \lambda y + 6z &= \lambda - 2
 \end{aligned} \right\}$$

- 37) **VI-A-3) 2009-2010** Considera el sistema de ecuaciones
- a) (1'75 puntos) Discútelo según los valores del parámetro λ .
 b) (0'75 puntos) Resuélvelo para $\lambda = 2$.

$$\left. \begin{aligned}
 -\lambda x + y + z &= 1 \\
 x + \lambda y + z &= 2 \\
 \lambda x + y + z &= 1
 \end{aligned} \right\}$$

- 38) **I-A-3) 2010-2011** Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales
- a) (1'75 puntos) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .
 b) (0'75 puntos) Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.